**Εθνικό και Καποδιστριακό Πανεπιστήμιο Αθηνών**

**————————————————————————**

**Τμήμα Μαθηματικών**

Μάθημα: Η Διδασκαλία μέσω επίλυσης προβλήματος Μαθηματικοποίηση

## Υπεύθυνη καθηγήτρια: κ. Χρυσαυγή Τριανταφύλλου

*«Επίλυση Μαθηματικού Περιβαλλοντικού Προβλήματος*

*στην Σχολική Τάξη»*

Μαρία Προκοπίου | ΑΜ:1112202100208

Παναγιώτης Χαραλάμπους | ΑΜ:1112202100213

Εξάμηνο: Χειμερινό 2023-2024

**Το Πρόβλημα**

Τίτλος: Θα υπάρχουν τα πάντα για πάντα;

**Μέρος Ι : Κόκκινα πάντα**

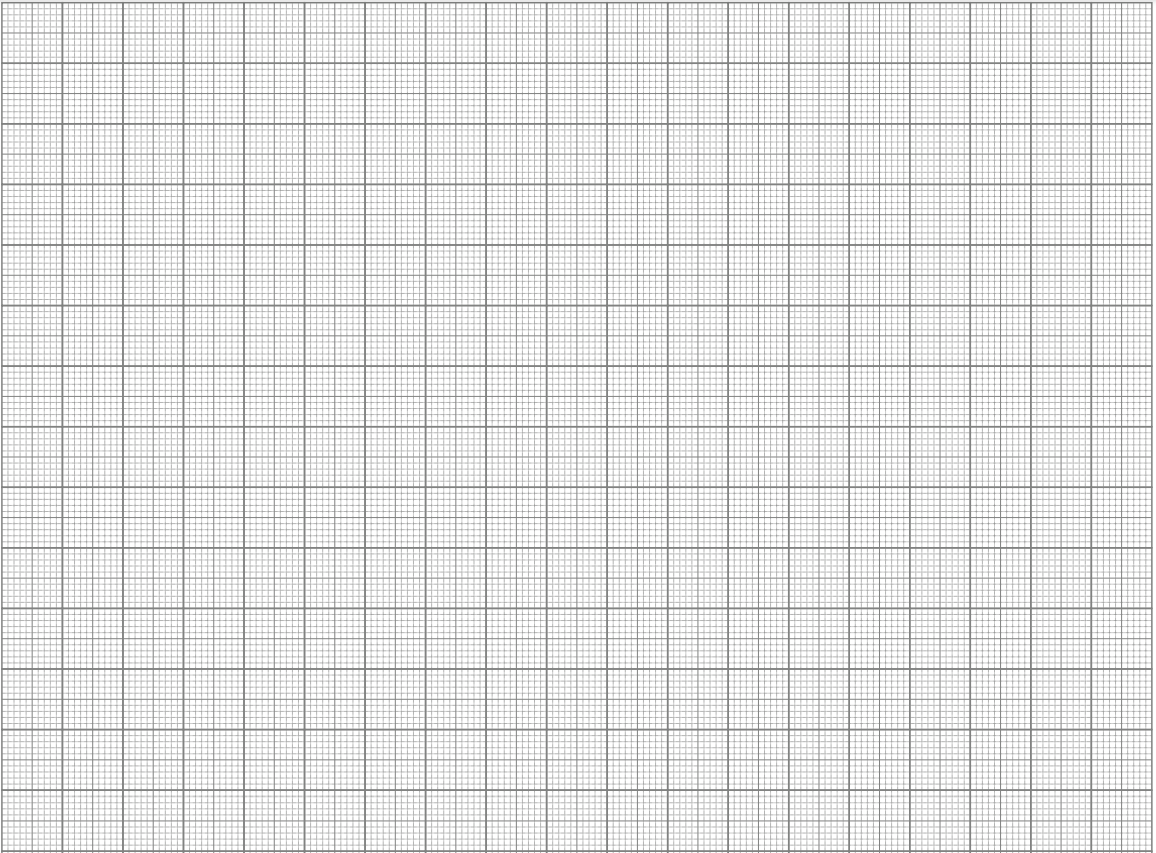
|  |  |
| --- | --- |
| **Χρονολογία** | **Πληθυσμός** |
| 2001 | 14750 |
| 2002 | 14250 |
| 2003 | 14100 |
| 2004 | 13500 |
| 2005 | 13350 |
| 2006 | 12750 |
| 2007 | 12200 |
| 2008 | 12500 |

Το κόκκινο πάντα είναι ένα μικρό [θηλαστικό](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%98%CE%B7%CE%BB%CE%B1%CF%83%CF%84%CE%B9%CE%BA%CE%AC) που ζει στα ανατολικά [Ιμαλάια](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%99%CE%BC%CE%B1%CE%BB%CE%AC%CE%B9%CE%B1) και στη νοτιοδυτική [Κίνα](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9A%CE%AF%CE%BD%CE%B1). Το κόκκινο πάντα είναι λίγο μεγαλύτερο από μια γάτα, και ο μέσος όρος ζωής είναι μεταξύ 8-10 χρόνια. Τρέφεται κυρίως με μπαμπού, αλλά είναι παμφάγο. Είναι ένα μοναχικό ζώο, δραστηριοποιείται κυρίως το βράδυ και η ζωή του είναι καθιστική. Ο άγριος πληθυσμός του εκτιμάται σε λιγότερο από 10.000, για αυτό τον λόγο τα κόκκινα πάντα προστατεύονται από την εθνική νομοθεσία. Κατά μέσο όρο χάνονται 300 ενήλικα κόκκινα πάντα ετησίως και εκτιμάται ότι αν η μείωση του πληθυσμού τους συνεχιστεί σε αυτό το βαθμό τότε μέχρι το 2065 θα έχουν εξαφανιστεί εντελώς.

|  |  |
| --- | --- |
| 2009 | 12250 |
| 2010 | 11750 |
| 2011 | 11300 |
| 2012 | 10600 |
| 2013 | 10350 |
| 2014 | 10150 |
| 2015 | 10000 |
| 2016 | 9800 |

**Ερωτήσεις:**

1. Χρησιμοποιώντας τα πιο πάνω δεδομένα να κατασκευάσετε ποιοτικά τη γραφική παράσταση του πληθυσμού των κόκκινων πάντα συναρτήσει του χρόνου.



1. Να βρείτε τη κλίση της πιο πάνω γραφικής παράστασης
2. Τι πιστεύετε οτι καθορίζει το πρόσημο της κλίσης;
3. Που πιστεύετε ότι οφείλεται η συγκεκριμένη αλλαγή στον πληθυσμό των κόκκινων πάντα;
4. Ποιο πιστεύετε ότι είναι το αντίκτυπο της εξαφάνισης των ειδών στη κοινωνία;

**Μέρος ΙΙ : Γιγάντια πάντα:**

Το γιγαντιαίο πάντα, είναι [αρκούδα](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CF%81%CE%BA%CE%BF%CF%8D%CE%B4%CE%B1) που απαντάται στην κεντροδυτική και νοτιοδυτική [Ασία](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%91%CF%83%CE%AF%CE%B1). Αν και κατατάσσεται στην [τάξη](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A4%CE%AC%CE%BE%CE%B7_(%CE%B2%CE%B9%CE%BF%CE%BB%CE%BF%CE%B3%CE%AF%CE%B1)) των [Σαρκοφάγων](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%A3%CE%B1%CF%81%CE%BA%CE%BF%CF%86%CE%AC%CE%B3%CE%B1) τρέφεται κατά 99% με [μπαμπού](https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9C%CF%80%CE%B1%CE%BC%CF%80%CE%BF%CF%8D). Το γιγαντιαίο πάντα ζει σε λίγα βουνά της κεντρικής Κίνας. Το γιγαντιαίο πάντα έχει ασπρόμαυρο τρίχωμα. Τα ενήλικα πάντα έχουν μήκος 1,5 έως 1,8 μ. Την τελευταία δεκαετία ο πληθυσμός των γιγάντιων πάντα έχει αυξηθεί κατά 17% και πιο συγκεκριμένα το 2023 έφτασε τα 1864 συνολικά, παρόλο που μέχρι πρότινος μειωνόταν.

**Ερωτήσεις:**

1. Έστω ότι ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνεται ο πληθυσμός των γιγάντιων πάντα

δίνεται από την σχέση : , όπου : ο αρχικός πληθυσμός των πάντα, r: ο ρυθμός με τον οποίο αυξάνονται ανά δεκαετία. Χρησιμοποιώντας τη πιο πανω σχέση να βρείτε πόσα γιγάντια πάντα υπολογίζεται ότι θα υπάρχουν μέχρι το 2053.

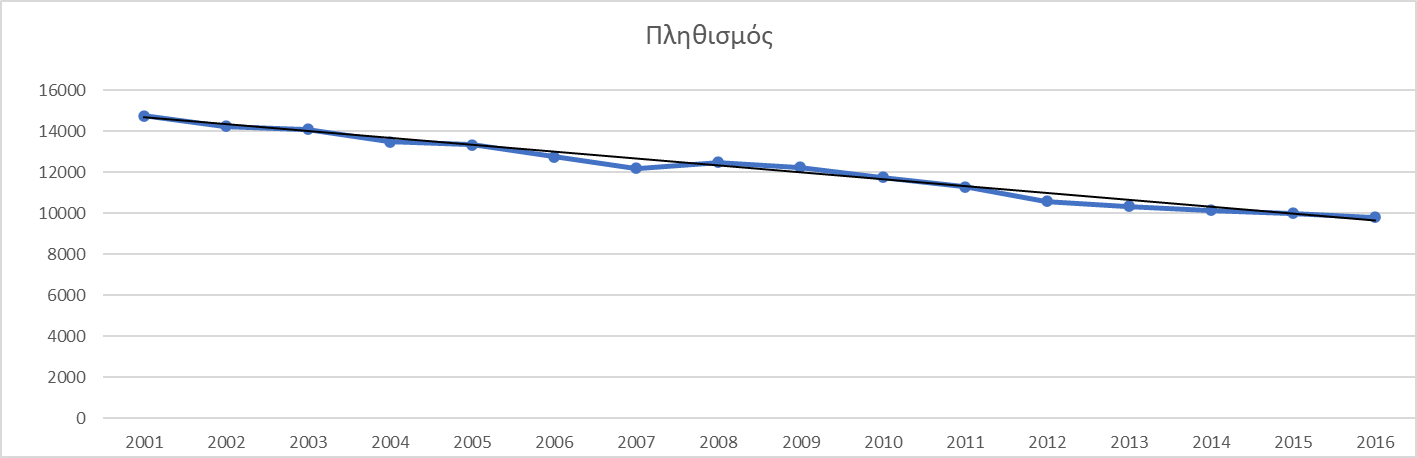
1. Με την πάροδο των χρόνων πιστεύετε οτι ο ρυθμός μεταβολής του πληθυσμού θα μειωθεί, θα αυξηθεί ή θα μείνει σταθερός;
2. Ποιος είναι ο μέσος ρυθμός αύξησης της συνάρτησης P(t) σε 20 χρόνια;
3. Να παρακολουθήσετε το παρακάτω βίντεο : <https://www.youtube.com/watch?v=BB6ChGxrB-4>

Ποια είναι η άποψη σας σχετικά με την μέθοδο που παρουσιάζεται; Τίθενται ηθικά ζητήματα;

1. Μπορείτε να σκεφτείτε μερικά ακόμη μέτρα που μπορούν να ληφθούν ώστε να αυξηθεί γρηγορότερα και αποτελεσματικότερα ο πληθυσμός των γιγάντιων πάντα;

**Ενδεικτική επίλυση του προβλήματος**

**Μέρος Ι : Κόκκινα πάντα**

1. Οι μαθητές καλούνται να χαράξουν τους άξονες του χρόνου και του πληθυσμού των κόκκινων πάντα, να τοποθετήσουν τα σημεία στο σύστημα αξόνων και να χαράξουν ποιοτικά την ευθεία
2. Οι μαθητές επιλέγουν δύο κατάλληλα σημεία και εφαρμόζουν τον τύπο της κλίσης:
3. Το πρόσημο είναι αρνητικό, αυτό μας δείχνει οτι η πορεία του πληθυσμού των κόκκινων πάντα φθίνει.
4. Μερικά πιθανά αίτια της μείωσης του πληθυσμού:
   1. Αλλαγές στο φυσικό περιβάλλον, όπως η απώλεια των φυσικών τους βιότοπων ή η καταστροφή του φυσικού τους καταφυγίου, μπορεί να οδηγήσει σε μείωση του πληθυσμού.
   2. Οι εναλλαγές στο κλίμα μειώνουν τη διαθεσιμότητα τροφής και νερού, επηρεάζοντας άμεσα τον πληθυσμό των κόκκινων πάντα.
   3. Επιδημίες ασθενειών που εξαπλώνονται ανάμεσα στα είδη μπορεί να οδηγήσουν σε μαζική θνητότητα.
   4. Το κυνήγι από τους ανθρώπους για την εξασφάλιση δέρματος, κρέατος ή άλλων πόρων μπορεί να επηρεάσει αρνητικά τον πληθυσμό των ειδών.

**Μέρος ΙΙ : Γιγάντια πάντα**

1. πάντα
2. Το r θα αυξηθεί γιατί καθώς τα πάντα αυξάνονται σε πληθυσμό, θα αυξηθεί και ο ρυθμός με τον οποίο αναπαράγονται.
3. πάντα

πάντα

πάντα

πάντα

1. Στο βίντεο βλέπουμε τους υπεύθυνους του ζωολογικού κήπου να υποβοηθούν τα πάντα ώστε να αναπαραχθούν. Σαφώς και αυτό είναι ένα σημαντικό μέτρο που συμβάλλει άμεσα και δραστικά στην αύξηση του που πληθυσμού των πάντα. Δυστυχώς, όμως το μέτρο αυτό δεν μπορεί να εξασφαλίσει την εξάλειψη του προβλήματος, καθώς δεν αντιμετωπίζεται άμεσα το πρόβλημα από την πηγή. Παράλληλα με την υποβοήθηση μέσω των ζωολογικών κήπων τίθενται και θέματα ηθικής φύσεως καθώς, σημαντικό ρόλο διαδραματίζουν οι συνθήκες κάτω από τις οποίες βοηθούνται τα πάντα, αφού οι ζωολογικοί κήποι συχνά χρησιμοποιούν τεχνικές όπως η τεχνητή γονιμοποίηση και οι εκτροφές κάτω από ελεγχόμενες συνθήκες. Τέλος, σημαντικό ρόλο παίζουν παράγοντες όπως η καταστροφή του φυσικού τους περιβάλλοντος, η παράνομη κυνηγετική δραστηριότητα και η αλλαγή του κλίματος.
2. Τρόποι αύξησης του πληθυσμού των γιγάντιων πάντα:
   1. Η διατήρηση και η ανάπτυξη του φυσικού περιβάλλοντος των γιγάντιων πάντα όπως η προστασία των δασών όπου ζουν και η διατήρηση του οικοσυστήματος τους είναι κρίσιμη.
   2. Η έρευνα για την υγεία, τη διατροφή και τη συμπεριφορά των γιγάντιων πάντα μπορεί να οδηγήσει σε καλύτερες πρακτικές διαχείρισης και προστασίας.
   3. Εκστρατείες για την ευαισθητοποίηση του κοινού μπορούν να βοηθήσουν στη συγκέντρωση χρημάτων για την προστασία των γιγάντιων πάντα και την αποτροπή του παράνομου κυνηγιού τους.
   4. Η διατήρηση/κατασκευή κατάλληλων περιοχών με βιώσιμα τρόφιμα(κυρίως μπαμπού) για τα πάντα είναι σημαντική και προσφέρουν καλύτερες συνθήκες διαβίωσης.

**Το κοινωνικό-επιστημονικό ζήτημα του Προβλήματος**

**Ποιους αφορά:**

Τόσο το μέρος Ι όσο και το μέρος ΙΙ αναφέρονται σε κοινωνικά προβλήματα που αφορούν κυρίως επιστήμονες(ζωολόγους, περιβαλλοντολόγους, κλπ) αλλά έμμεσα αφορούν τον καθένα από εμάς αφού οι συνέπειες τους επηρεάζουν τη βιοποικιλότητα και τις τροφικές αλυσίδες. Στο μέρος Ι παρουσιάζεται ένα άλυτο πρόβλημα, ενώ στο μέρος ΙΙ βλέπουμε ένα παρόμοιας φύσης πρόβλημα στο οποίο όμως υπάρχει λύση. Η αντίθεση αυτή δημιουργεί ερωτήματα όπως: δεν θα μπορούσε να εφαρμοστεί η λύση του δεύτερου προβλήματος και στο πρώτο;

**Ποια η σπουδαιότητα:**

Το ζήτημα έχει κοινωνικές αλλά και περιβαλλοντικές προεκτάσεις αφού οι εξαφάνιση των ειδών μπορεί εκ πρώτης όψεως να φαίνεται ένα καθαρά περιβαλλοντικό ζήτημα όμως έχει συνέπειες και στη κοινωνία. Επίσης παρουσιάζοντας τη λύση στο μέρος ΙΙ ενθαρρύνουμε το να βρεθεί λύση και για το πρόβλημα στο μέρος ΙΙ.

**Υπάρχουν αντικρουόμενες θέσεις και ποιες:**

Υπάρχουν αντικρουόμενες θέσεις, καθώς στο μέρος Ι βλέπουμε πώς μειώνεται ο πληθυσμός των κόκκινων πάντα, ενώ στο μέρος ΙΙ παρουσιάζεται πως με τις κατάλληλες ενέργειες ο πληθυσμός των γιγάντιων πάντα αυξάνεται. Επίσης αντικρουόμενες θέσεις θα προκύψουν από το ερώτημα ηθικής φύσεως που τίθεται σχετικά με την υποβοήθηση της αναπαραγωγής των γιγάντιων πάντα από τους υπεύθυνους των ζωολογικών κήπων.

**Το πλαίσιο διδασκαλίας**

**Τάξη:**

Το πρόβλημα αυτό αναφέρεται σε μαθητές της Α’ Λυκείου.

**Πλαίσιο προβλήματος:**

Το πρόβλημα βρίσκεται σε αυθεντικό πλαίσιο αφού παρουσιάζει ένα υφιστάμενο πρόβλημα. Οι μαθητές δουλεύουν με αληθινές τιμές κατά κύριο λόγο και εκτιμάται να καταλάβει δύο διδακτικές ώρες. Παρακολουθώντας βίντεο, συζητώντας οι μαθητές καλούνται να λύσουν υποερωτήματα των δύο μερών ανοιχτού αλλά και κλειστού τύπου τόσο μαθηματικής όσο και κοινωνικής φύσεως.

**Θεματικό πεδίο:**

Αριθμητική, Άλγεβρα και Στατιστική.

**Διδακτικοί στόχοι:**

**Α) Μαθηματικοί:**

εισαγωγή στις συναρτήσεις, αριθμητική, κατασκευή και κατανόηση γραφικής παράστασης και ποσοστών, γεωμετρική αναπαράσταση κλίσης και ερμηνεία της.

**Β) Κοινωνικοπολιτισμικοί:**

Αποκτούν ενσυναίσθηση, γίνονται ενεργά μέλη της κοινότητας, ευαισθητοποιούνται σχετικά με τα ζώα και αποκτούν ομαδικό πνεύμα αφού ακούν και κατανοούν διαφορετικές απόψεις από τις δικές τους.

**Γ) Επιστημολογικοί:**

Μαθαίνουν να χειρίζονται τα δεδομένα που τους δίνονται, να τα επεξεργάζονται και να βγάζουν συμπεράσματα από αυτά, κατανοούν πως τα μαθηματικά εφαρμόζονται στη λύση κοινωνικών προβλημάτων και τέλος αναπτύσσουν την επιχειρηματολογία και την κριτική τους σκέψη.

**Ενδεχόμενες δυσκολίες μαθητών:**

Στο μέρος ΙΙ, στο ερώτημα 1 όπου πρέπει να υπολογιστεί ο πληθυσμός πιθανό να μπερδευτούν οι μαθητές διότι δίνεται ο συντελεστής αύξησης του πληθυσμού σε βάθος δεκαετίας, συνεπώς πρέπει ο χρόνος να μετράται σε δεκαετίες για το 17%. Οι μαθητές ενδεχομένως να αντιμετωπίσουν και μια μικρή δυσκολία στη χάραξη της ευθείας της γραφικής παράστασης στο μέρος Ι, καθώς τα σημεία δεν είναι ακριβή.

**Οργάνωση ‘debate’:**

Το κύριο ερώτημα στο οποίο μπορεί να βασιστεί το debate είναι το ερώτημα 4, από το μέρος ΙΙ, όπου οι μαθητές καλούνται να παρακολουθήσουν ένα σύντομο βίντεο και να συζητήσουν για την υποβοήθηση της αναπαραγωγής των γιγάντιων πάντα, τόσο ως μέτρο για την αντιμετώπιση της εξαφάνισης τους, όσο και για τα ηθικά ζητήματα τα οποία προκύπτουν. Ως εκπαιδευτικοί μπορούμε να καθοδηγήσουμε τη συζήτηση, κάνοντας τον συνήγορο του διαβόλου.

**Περιγραφή σχεδιασμού προβλήματος**

**Από που ξεκινήσαμε :**

Από το περιβαλλοντικής φύσης ζήτημα

**Πως επιλέξαμε το ζήτημα :**

Μετά την έρευνα που κάναμε σχετικά με τα περιβαλλοντικά ζητήματα καταλήξαμε στη εξάλειψη της βιοποικιλότητας. Συγκεκριμένα, μεταξύ όλων των ειδών υπό εξαφάνιση επιλέξαμε τα κόκκινα και ασπρόμαυρα πάντα αφού παρόλο που προέρχονται από το ίδιο είδος υπάρχει η αντίθεση ότι τα κόκκινα εξαλείφονται ενώ ο πληθυσμός των ασπρόμαυρων πάντα αρχίζει να αυξάνεται.

**Πως οργανώσατε το σχεδιασμό του προβλήματος;**

Αρχικά, κάναμε μια έρευνα σχετικά με τα πάντα για να μαζέψουμε δεδομένα. Ακολούθως, κάναμε τον διαχωρισμό μεταξύ των κόκκινων και των ασπρόμαυρων πάντα σε μέρος Ι και ΙΙ. Στο μέρος Ι, αφού ο πληθυσμός των κόκκινων πάντα μειώνεται σε σχέση με τον χρόνο θεωρήσαμε ότι αντιστοιχεί σε ιδανικό παράδειγμα για μελέτη γραφικής παράστασης και της κλίσης. Ενώ στο μέρος ΙΙ, αφού ο πληθυσμός των ασπρόμαυρων πάντα αρχίζει να αυξάνεται θεωρήσαμε ότι αντιστοιχεί σε παράδειγμα συνάρτησης.

**Τι δυσκολίες συναντήσατε;**

Στη προσπάθεια μας να συνδυάσουμε το μαθηματικό κομμάτι με το περιβαλλοντικό ζήτημα αντιμετωπίσαμε δυσκολίες. Καταρχήν, είχαμε κατά νου να επιλέξουμε ερωτήματα που να αφορούν μαθητές Α’ λυκείου ώστε να αντιστοιχούν στις προυπάρχουσες γνώσεις τους αλλά και στην ύλη που διδάσκονται. Ακόμη, προσέξαμε ώστε οι κοινωνικές, περιβαλλοντικές μας ερωτήσεις να είναι κατανοητές προς τους μαθητές για να μπορέσουν να επιχειρηματολογήσουν και να καταλήξουν σε δικά τους συμπεράσματα.

**Βιβλιογραφία:**

1. <https://www.youtube.com/watch?v=BB6ChGxrB-4>
2. <https://redpandarescue.org/about-red-panda/>
3. <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%9A%CF%8C%CE%BA%CE%BA%CE%B9%CE%BD%CE%BF_%CF%80%CE%AC%CE%BD%CF%84%CE%B1>
4. <https://worldpopulationreview.com/country-rankings/giant-panda-population-by-country>
5. <https://el.wikipedia.org/wiki/%CE%93%CE%B9%CE%B3%CE%B1%CE%BD%CF%84%CE%B9%CE%B1%CE%AF%CE%BF_%CF%80%CE%AC%CE%BD%CF%84%CE%B1>